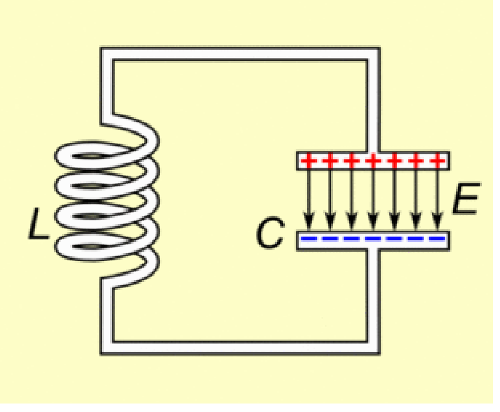
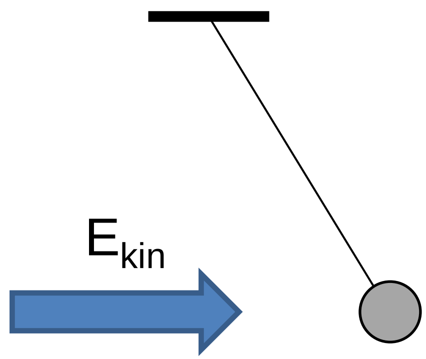
Frequenz eines Schwingkreises



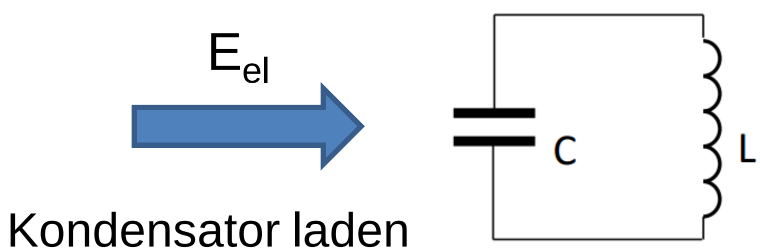
Die einmalige Energiezufuhr an ein schwingungsfähiges System erzeugt eine freie (gedämpfte) Schwingung mit der Eigenfrequenz f_0.

<u>Anstoß eines Pendels:</u>



$$T = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{l}{g}} \qquad f = \frac{1}{2\pi} \cdot \sqrt{\frac{g}{l}}$$

<u>„Anstoß“ eines Schwingkreises:</u>

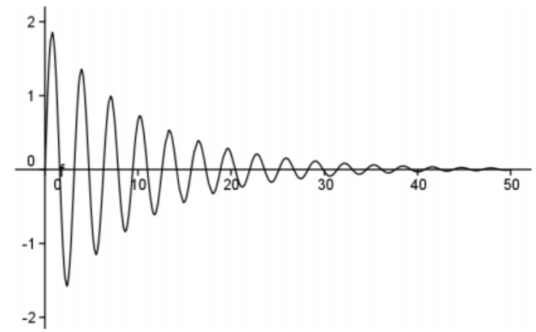


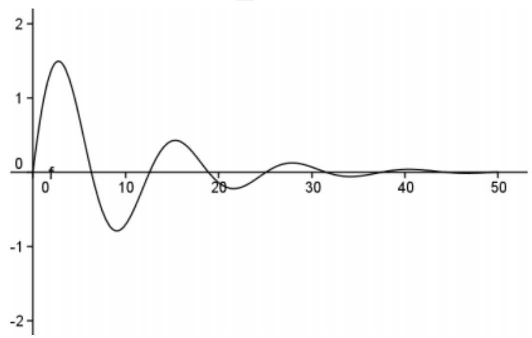
T = ? **f = ?**

Vermutung: *Frequenz f und Periodendauer T könnten durch die Kapazität C des Kondensators bzw. die Induktivität L der Spule bestimmt werden.*

→ experimentelle (oszillographische) Untersuchung:

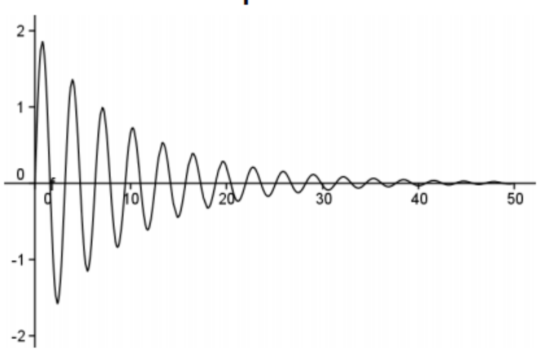
C_1 < C_2

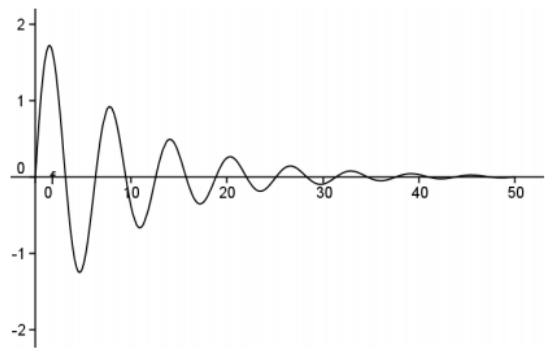




Je größer die Kapazität C, desto größer die Perioden-dauer T bzw. desto kleiner die Frequenz f.

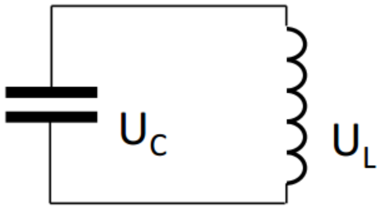
L_1 < L_2





Je größer die Induktivität L, desto größer die Perioden-dauer T bzw. desto kleiner die Frequenz f.

quantitativer Zusammenhang von f, L, C (*Herleitung):



Zu jedem Zeitpunkt t ist die Spannung am Kondensator U_C gleich der Spannung U_L an der Spule.

Die Spannung U_L an der Spule entspricht der Induktionsspannung U_{ind}.

$$U_C = U_L = U_{ind}$$

$$C = \frac{Q}{U} \longrightarrow U_c(t) = \frac{Q(t)}{C} \qquad U_{ind} = -L \cdot \frac{dI}{dt}$$

$$\frac{Q(t)}{C} = -L \cdot \frac{dI}{dt}$$

Definition der Stromstärke: $I = \frac{dQ}{dt}$

$$\boxed{\frac{1}{C} \cdot Q(t) = -L \cdot \frac{d^2Q(t)}{dt^2}}$$

→ *Differentialgleichung 2.Ordnung*

<u>Lösung</u>: $Q(t) = Q_0 \cdot \sin(\omega \cdot t)$

Einsetzen: $\frac{1}{C} \cdot \cancel{Q_0 \cdot \sin(\omega \cdot t)} = L \cdot \omega^2 \cdot \cancel{Q_0 \cdot \sin(\omega \cdot t)} \Rightarrow \boxed{\frac{1}{C} = L \cdot \omega^2}$

$$\boxed{\frac{1}{C} = L \cdot \omega^2} \Rightarrow \omega^2 = \frac{1}{L \cdot C} \Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{1}{L \cdot C}} \Rightarrow 2\pi f = \sqrt{\frac{1}{L \cdot C}}$$

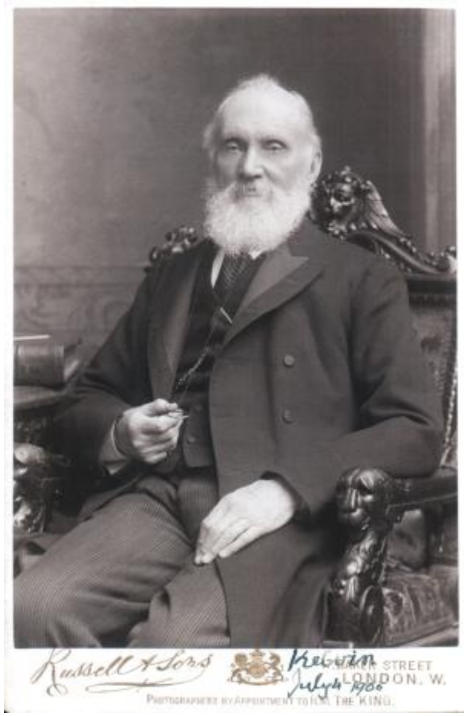
Für die **Eigenfrequenz** f_0 eines LC-Schwingkreises gilt:

$$\boxed{f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{L \cdot C}}}$$

… und für die Periodendauer T:

$$\boxed{T = 2\pi \cdot \sqrt{L \cdot C}}$$

► Thomsonsche Schwingungsgleichung
(1853)



William Thomson
… später Lord Kelvin

Interpretation:

$$f \sim \frac{1}{\sqrt{L}} \qquad f \sim \frac{1}{\sqrt{C}}$$

$$T \sim \sqrt{L} \qquad T \sim \sqrt{C}$$