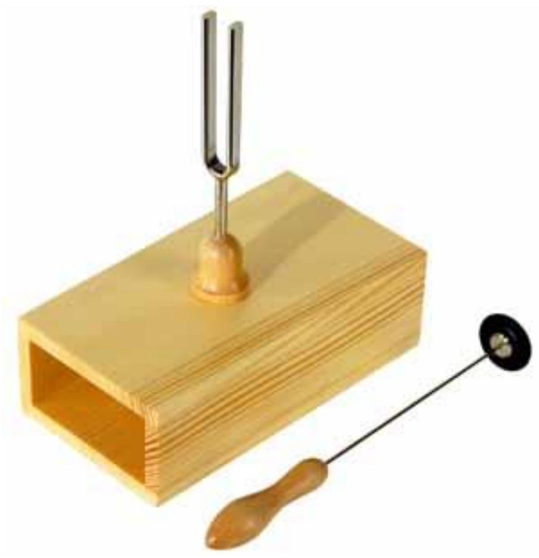
Periodendauer und Frequenz

harmonischer Schwinger

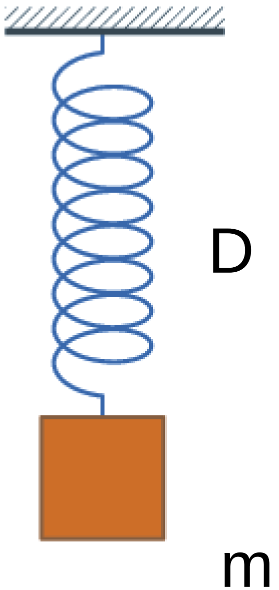


Federschwinger:

→ Abhängigkeit der Periodendauer **T** ?

… von der Masse m des schwingenden Körpers ?

… von Federkonstanten D (Härte) der Feder ?



→ qualitative exp. Untersuchung:

► Je größer die Masse des schwingenden Körpers, desto größer die Periodendauer.

► Je größer die Federkonstante D der Feder, desto kleiner die Periodendauer.

m … Masse des Schwingers

D … Federkonstante (Richtgröße)

mathematische Herleitung:

(1) lineares Kraftgesetz:

$$F = -D \cdot x(t)$$

(2) Newtonsches Grundgesetz:

$$F = m \cdot a(t)$$

$$-D \cdot (x)t \ = m \cdot a(t)$$

$$-D \cdot (x)t \ = m \cdot x''(t)$$

$$\left.\begin{array}{l} v_{max} = \omega \cdot x_{max} \\ a_{max} = v_{max} \cdot \omega \end{array}\right\} a_{max} = x_{max} \cdot \omega^2$$

$$-D \cdot x_{max} \cdot \sin(\omega \cdot t) = m \cdot [-a_{max} \cdot \sin(\omega \cdot t)]$$

$$-D \cdot x_{max} \cdot \sin(\omega \cdot t) = m \cdot [-x_{max} \cdot \omega^2] \cdot \sin(\omega \cdot t)$$

$$D = m \cdot \omega^2$$

$$D = m \cdot (\frac{2\pi}{T})^2 \Rightarrow \boxed{T = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{m}{D}}}$$

Die Periodendauer T eines schwingenden Systems wird durch dessen Masse **m** und die Richtgröße **D** bestimmt.

$$T \sim \sqrt{m}$$

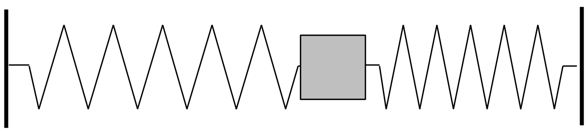
$$T \sim \frac{1}{\sqrt{D}}$$

Für einen vertikalen Federschwingen ergibt sich die Masse m aus der Masse m_F der Feder und des schwingenden Körpers m_K.

Schwingende Federsysteme:

(Masse m, Federkonstante D_F)

vertikaler Federschwinger

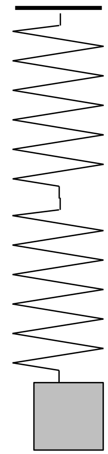


$D_r = D_{F1} + D_{F2}$

Für $D_{F1} = D_{F2}$ ergibt sich:

$D_r = 2D_F$

„Reihen-schaltung“



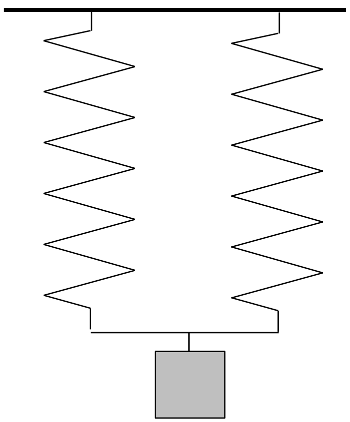
„weichere“ Feder

$$\frac{1}{D_r} = \frac{1}{D_{F1}} + \frac{1}{D_{F2}}$$

$$\rightarrow D_r = \frac{D_F}{2}$$

größere Periodendauer

„Parallel-schaltung“



„härtere“ Feder

$D_r = D_{F1} + D_{F2}$

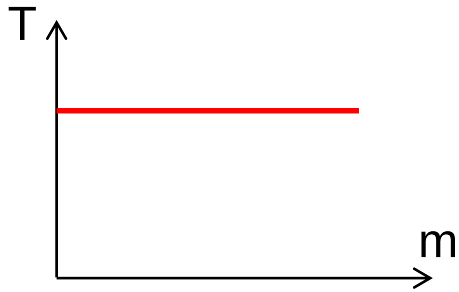
$D_r = 2D_F$

kleinere Periodendauer

Fadenpendel:

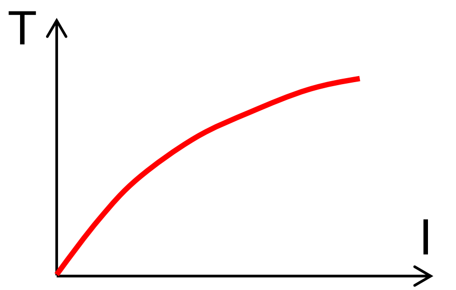
→ *experimentelle Untersuchung (Hausexperiment)*

(1) T=f(m)



Die Periodendauer T
ist von der Masse m
(Massenpunkt/reibungsfrei)
unabhängig.

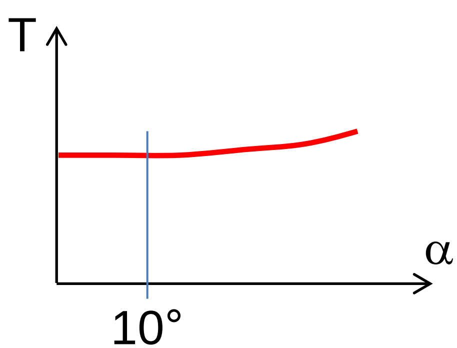
(2) T=f(l)



Die Periodendauer T
nimmt mit der Pendellänge l zu.

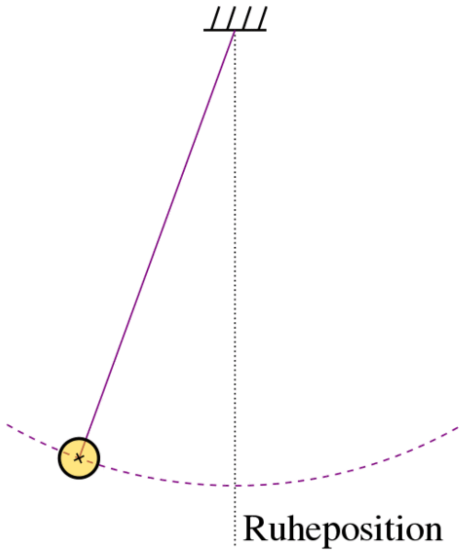
Mit zunehmender Pendellänge steigt die Periodendauer weniger an.

(3) T=f(α)



Die Periodendauer T ist
vom Auslenkwinkel α für
kleine Auslenkungen
(harmonische Schwingung)
unabhängig.

Periodendauer am Fadenpendel:



► *Die Periodendauer ist von der Masse unabhängig …*

$$F_R = -m \cdot g \cdot sin(\frac{x}{l})$$

kleine Winkel (<10°): $\sin\left(\frac{x}{l}\right) = \frac{x}{l}$

$$F_R = -m \cdot g \cdot \frac{x}{l} \qquad \frac{m \cdot g}{l} = D$$

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{D}} \quad = 2\pi\sqrt{\frac{m \cdot l}{m \cdot g}}$$

Bedingungen:

- kleine Auslenkwinkel
- punktförmiger Massekörper
- masseloser Faden

$$\boxed{T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}}$$

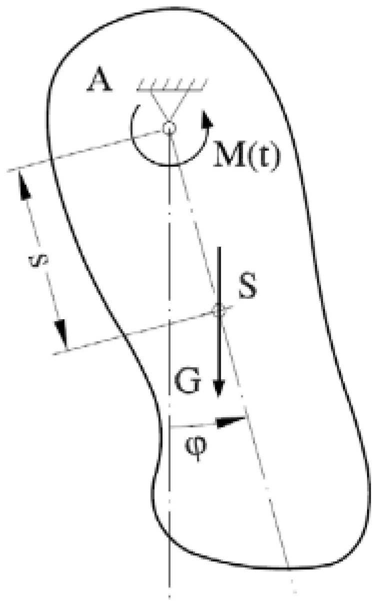
Bedeutung:

→ mathematisches Pendel

→ Bestimmung der Fallbeschleunigung g

* physisches (physikalisches) Pendel:

Die Schwingung eines **ausgedehnten Körpers** um einen festen Punkt entspricht einer realeren Bewegung und wird als **physisches Pendel** bezeichnet.



Die Periodendauer (Frequenz) wird durch die Form bzw. Massenverteilung des schwingenden Körpers bestimmt.

Es kann nicht die Gleichung des mathematischen Pendels angewendet werden!

Es gilt: $T = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{I}{mgs}}$ $\quad \frac{I}{m \cdot s} = l_R$ $\quad \boxed{T = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{l_R}{g}}}$

I … Trägheitsmoment

s … Abstand Drehpunkt - Schwerpunkt

l_R … reduzierte Pendellänge